TakiAcademy
www.takiacademy.com

Monotonie d'une Suite _ Méthode 2 :

📌 Comparer $\frac{U_{n+1}}{U_n}$ et le réel 1

Pour une suite à termes strictement positifs.

$$\begin{cases} \text{Si } \frac{U_{n+1}}{U_n} \geqslant 1 \text{ donc } U_n \text{ est } \boxed{\text{Croissante}} \\ \text{Si } \frac{U_{n+1}}{U_n} \leqslant 1 \text{ donc } U_n \text{ est } \boxed{\text{décroissante}} \end{cases}$$

Exemple :

2) on Considère la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par $U_n = \frac{2^{-n}}{n(n+1)}$

Etudier la monotonie de la suite

Rep :

📌 on vérifie tout d'abord que tout les termes sont positifs.

- pour $n = 1$; $U_1 = \frac{2^{-1}}{1 \times 2} = \frac{1}{4} > 0$. Vraie.

Tous droits réservés © TakiAcademy.com
23390248 - 29862815

TakiAcademy
www.takiacademy.com

• Soit $n \in \mathbb{N}^*$, Supposons que $U_n > 0$ et montrons que $U_{n+1} > 0$.

on a : $U_{n+1} = \dfrac{2^{-(n+1)}}{(n+1)(n+2)}$

on a $2^{-(n+1)} > 0$; $n+1 > 0$ et $n+2 > 0$

alors $\forall n \in \mathbb{N}^*$; $U_{n+1} > 0$

Conclusion : $\forall n \in \mathbb{N}^*$; $\boxed{U_n > 0}$

$$\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{\dfrac{2^{-(n+1)}}{(n+1)(n+2)}}{\dfrac{2^{-n}}{n(n+1)}} = \frac{2^{-1} \times n}{(n+2)}$$

on Compare Ce quotient à 1.

on a $\forall n \in \mathbb{N}^*$:

• $0 \leqslant 2^{-1} \leqslant 1$

• $0 \leqslant \dfrac{n}{n+2} \leqslant 1$

donc $\forall n \in \mathbb{N}^*$ on peut écrire :

$$\boxed{0 \leqslant 2^{-1} \times \frac{n}{n+2} \leqslant 1}.$$

Tous droits réservés © TakiAcademy.com
23390248 - 29862815

TakiAcademy
www.takiacademy.com

Ainsi $\frac{U_{n+1}}{U_n} \leqslant 1$; $\forall n \in \mathbb{N}^*$

Conclusion: $\forall n \in \mathbb{N}^*$; $\frac{U_{n+1}}{U_n} \leqslant 1$

donc $U_{n+1} \leqslant U_n$

Ainsi (U_n) est **décroissante**

Tous droits réservés © TakiAcademy.com
23390248 - 29862815